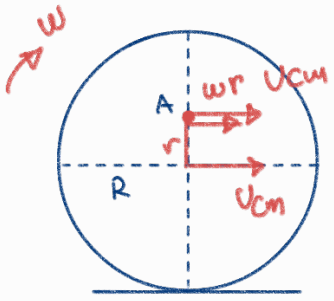
ΘΕΜΑ 1



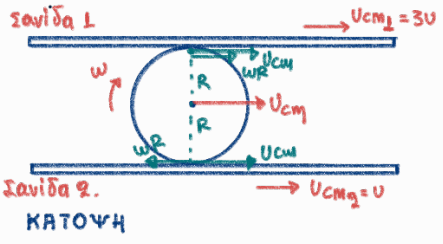
Λόγω Κ.Χ.Ο. $\Rightarrow U_{cm} = \omega R$ (1)

Στο σημείο Α : $U_A = U_{cm} + \omega r$

$U_A \overset{(1)}{=} U_{cm} + \frac{U_{cm}}{R} \cdot r$

$$\boxed{U_A = U_{cm}\left(1 + \frac{r}{R}\right)}$$

ΘΕΜΑ 2



ΜΕΛΕΤΗ ΤΟΥ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ:

ΣΑΝΙΔΑ 1 - ΣΑΝΙΔΑ 2 - ΔΙΣΚΟΣ.

Καθώς διχμή ισχύει:

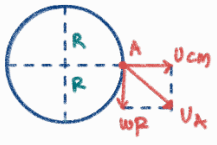
$U_{cm_1} = \omega R + U_{cm} \Rightarrow 3U = U_{cm} + \omega R$ (1)

και $U_{cm_2} = U_{cm} - \omega R \Rightarrow U = U_{cm} - \omega R$ (2)

$\oplus \quad 4U = 2U_{cm}$

$\Rightarrow \boxed{U_{cm} = 2U}$ και (2) $\Rightarrow U = \cancel{U_{cm}}^{2U} - \omega R$

$\Rightarrow \boxed{\omega R = U}$



Για το μέτρο της ταχύτητας του Α ισχύει:

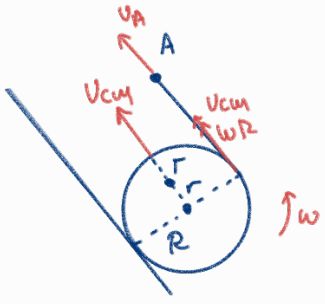
$U_A = \sqrt{U_{cm}^2 + (\omega R)^2} \Longrightarrow U_A = \sqrt{(2U)^2 + U^2} \Rightarrow U_A = \sqrt{4U^2 + U^2}$

$\Rightarrow U_A = \sqrt{5U^2}$

$\Rightarrow \boxed{U_A = U\sqrt{5}}$

ΘΕΜΑ 3

(3.1)



Λόγω Κ.Χ.Ο.

	ΣΗΜΕΙΟ Α
$\Delta x_{cm} = \Delta\vartheta R$	Δx_A
$u_{cm} = \omega R$	u_A

Κάθε στιγμή $u_A = u_{cm} + \omega R \xrightarrow{(1)}$

$u_A = 2u_{cm} = 2\omega R \xrightarrow{\cdot\Delta t} \Delta x_A = 2\Delta x_{cm} = 2\Delta\vartheta R$ (2)

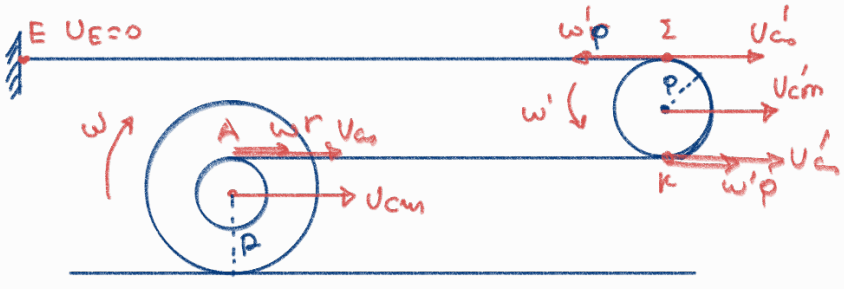
Το Γ θα περιστραφεί κατά $\Delta\vartheta = \pi$
όπου $\Delta\vartheta$ η κοινή περιστροφή του στερεού.

$\Delta\vartheta = \pi \xrightarrow{(2)} \Delta x_A = 2\cdot\Delta\vartheta\cdot R = 2\cdot\pi\cdot R$

$$\boxed{\Delta x_A = 2\pi R}$$ σωστό το β.

(3.2) $l_{\Xi\Gamma} = \Delta\vartheta\cdot R = \pi R \Rightarrow$ $\boxed{l_{\Xi\Gamma} = \pi R}$

ΘΕΜΑ 4



Καρούλι: Λόγω Κ.Χ.Ο.

$$\left.\begin{matrix} u_{cm} = \omega R \\ \Delta x_{cm} = \Delta\vartheta\cdot R \end{matrix}\right\} (1)$$

Κάθε στιγμή

$u_E = 0 = u_\Sigma \Rightarrow$

$u'_{cm} = \omega'\cdot\rho$ (2)

και $u_A = u_K \Rightarrow$

$u_{cm} + \omega r = \omega'\rho + u'_{cm} \xrightarrow{(1)}$

$u_{cm} + \frac{u_{cm}}{R} r \overset{(2)}{=} 2\omega'\rho = 2u'_{cm}$

$u_{cm} + \frac{u_{cm}}{2r} r = 2u'_{cm} = 2\omega'\rho$

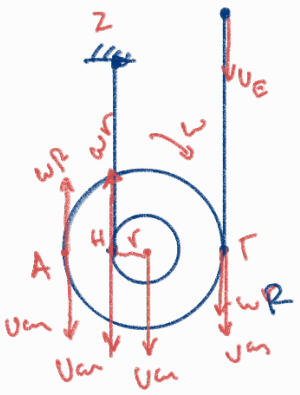
$$\boxed{u_{cm} = \frac{3}{2}\omega R = 2u'_{cm} = 2\omega'\rho}$$ (2)

$\xrightarrow{\cdot\Delta t} \frac{3}{2}\Delta x_{cm} = 2\Delta x'_{cm} \Rightarrow \Delta x_{cm} = \frac{4}{3}\Delta x'_{cm}$

Άρα $\boxed{\Delta x_{cm} = \frac{4}{3} d}$

ΘΕΜΑ 5

Σώματα μελέτης : Τροχαλία — Σημείο Ε



Τροχαλία → κάθε στιγμή

$U_Z = U_H = 0$

$U_{cm} = \omega \cdot r \quad (1)$

Σημείο Ε → και καθεστιγμή

$U_E = U_\Gamma = U_{cm} + \omega R = U_{cm} + 2\omega r \overset{(1)}{=} 3U_{cm} = 3\omega r$

Άρα (1),(2) $\longrightarrow$ $U_E = 3U_{cm} = 3\omega r \xrightarrow{\cdot \Delta t} \Delta x_E = 3\Delta x_{cm} = 3\Delta\theta \cdot r$

$\xrightarrow{:\Delta t} a_E = 3a_{cm} = 3a_{\gamma\omega\nu} r \quad (2)$

5.1. $N = \frac{\Delta\theta}{2\pi} \overset{(2)}{=} \frac{\Delta x_E}{3r \cdot 2\pi} = \frac{d}{6\pi r}$ $\boxed{\text{ΣΩΣΤΟ ΤΟ α}}$

5.2. $\frac{U_A}{U_\Gamma} = \frac{|U_{cm} - \omega R|}{|U_{cm} + \omega R|} = \frac{|-\omega r|}{3\omega r} = \frac{1}{3}$ $\boxed{\text{ΣΩΣΤΟ ΤΟ β}}$

5.3. $l_{\Xi ET.(r)} = \Delta\theta \cdot r \overset{(2)}{=} \frac{\Delta x_E}{3}$

$l_{TYΛ(R)} = \Delta\theta \cdot R = \Delta\theta \cdot 2r = \frac{2\Delta x_E}{3}$

Όμως η κίνηση του σημείου Ε είναι ομαλά επιταχυνόμενη άρα

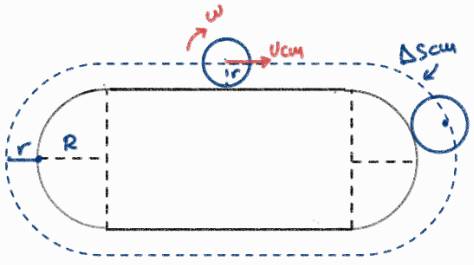
$\begin{cases} U_E = a_E \Delta t \\ \Delta x_E = \frac{1}{2} a \Delta t^2 \end{cases} \xrightarrow{t = 1s} \Delta x_E = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 1^2$

$\boxed{\Delta x_E = 3m}$

Άρα $L_{αέρα} = [L_1 + 1] + [L_2 - 2] = 2 + 1 + 3 - 2 = 4m$ $\boxed{\text{Άρα σωστό το α}}$

ΘΕΜΑ 6

ΣΩΣΤΟ ΤΟ Β.



Ο τροχός κυλάει χ.ο.

άρα $\left.\begin{array}{l} \Delta S_{cm} = \Delta\theta \cdot r \\ U_{cm} = \omega \cdot r \end{array}\right\} (1)$

Το πλήθος των στροφών είναι

$N = \frac{\Delta\theta}{2\pi} \overset{(1)}{=} \frac{\Delta S_{cm}}{r \cdot 2\pi} = \frac{2l + 2\pi(R + r)}{r \cdot 2\pi}$

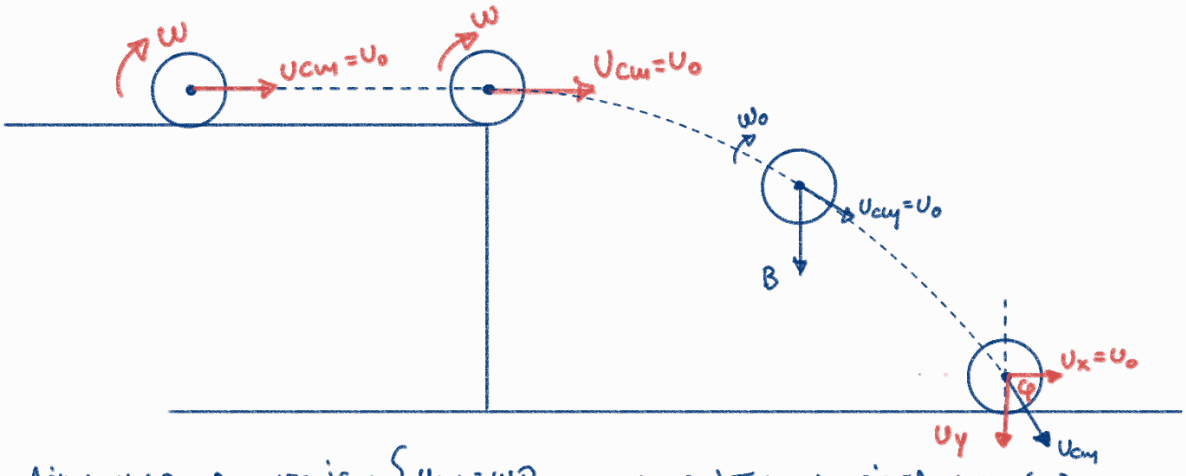
$N = \frac{2\pi r + 2\pi \cdot (2r + r)}{2\pi r}$

$N = \frac{2\pi r + 6\pi r}{2\pi r} \Rightarrow N = \frac{8\pi r}{2\pi r}$

$\boxed{N = 4}$

ΘΕΜΑ 7

1η φάση: ΚΥΛΙΣΗ στο ΟΡΙΖΟΝΤΙΟ ΕΠΙΠΕΔΟ.

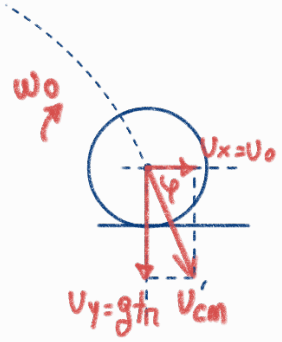


Λόγω κ.χ.ο θα ισχύει: $\begin{cases} u_{cm}=\omega \cdot R \\ \text{και εφόσον κυλίεται μεταφορικά ευθύγραμμα και ομαλά τότε} \\ u_{cm}=\text{σταθ}=u_0=\omega_0 R \end{cases}$ συνεχώς.

2η φάση: <u>σύνθετη κίνηση</u>

Η μόνη δύναμη που ασκείται είναι το βάρος το οποίο δεν ασκεί ροπή ως προς το κέντρο μάζας απ' το οποίο περνάει ο άξονας περιστροφής άρα δε μπορεί να προκαλέσει γωνιακή επιτάχυνση. Άρα η στροφική κίνηση είναι ομαλή

Ο.Σ.Κ $\begin{cases} \omega=\text{σταθ}=\omega_0 \\ \Delta\theta=\omega\Delta t \end{cases}$ και η μεταφορική οριζόντια βολή.



· Άξονας y: Ε.Λ.Π. $\begin{cases} u_y=gt \\ \Delta y=\frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$

$t_{πτ}=\sqrt{\frac{2h}{g}}=\sqrt{\frac{2\cdot 0{,}8}{10}}=0{,}4\,s$

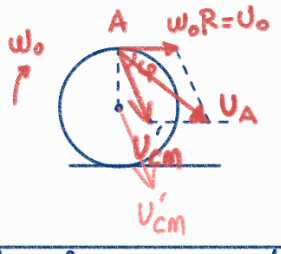
και $u_y=10\cdot 0{,}4 \Rightarrow \boxed{u_y=4\,m/s}$

· Άξονας x: ΕΟΚ: $\begin{cases} u_x=u_0=4\,m/s \end{cases}$

· Άρα $\vec{u'_{cm}}=\vec{u}_x+\vec{u}_y$ ΜΕΤΡΟ: $u'_{cm}=\sqrt{u_x^2+u_y^2}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}\ m/s$

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ: $\text{συν}\varphi=\frac{u_x}{u'_{cm}}=\frac{u_0}{u'_{cm}}=\frac{4}{4\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

Στο ανώτερο σημείο Α την τελευταία στιγμή υπάρχει η μεταφορική ταχύτητα της οριζόντιας βολής u'_{cm} και η γραμμική ταχύτητα $u_0=\omega_0 R$ λόγω της στροφικής κίνησης.



Είναι $\vec{u}_A=\vec{u}'_{cm}+\vec{u}_{\text{στρ}A}$

ΜΕΤΡΟ: $u_A=\sqrt{u'^2_{cm}+(\omega_0 R)^2+2(\omega_0 R)u'_{cm}\,\text{συν}\varphi} \Rightarrow u_A=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+4^2+2\cdot 4\cdot 4\sqrt{2}\frac{1}{\sqrt{2}}}$

$u_A=\sqrt{4^2\cdot 2+4^2+2\cdot 4^2} \Rightarrow u_A=4\sqrt{2+1+2} \Rightarrow \boxed{u_A=4\sqrt{5}\ m/s}$